

受験番号

氏名 _____ 2006年7月実施

2007年度

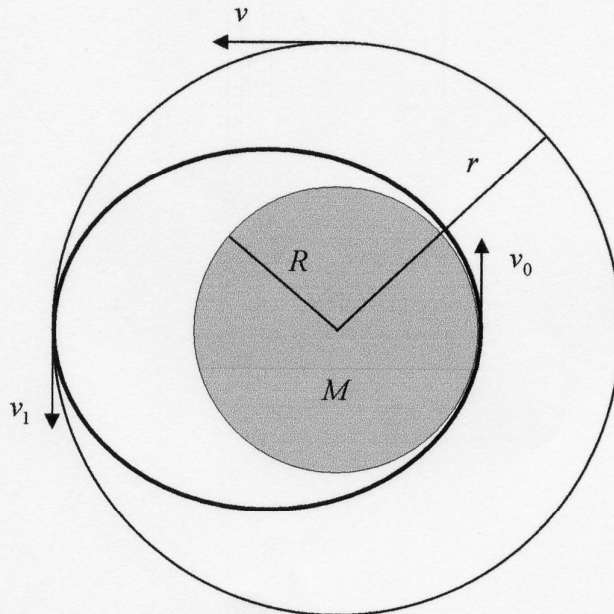
立教大学大学院理学研究科物理学専攻 博士課程前期課程 入学試験問題 (物理学)

以下の注意事項をよく読み、遵守せよ。

- ・配られた問題用紙と、全ての解答用紙に、受験番号と氏名を記入せよ。
- ・物理学の試験は4問の大問からなり、全ての問題に解答しなければならない。また、大問1問につき、解答用紙1枚を用い、解答用紙の左上に大問の番号を記入せよ。
- ・解答用紙が大問の数だけ配られていることを確認せよ。そうでない場合は挙手して試験監督者に伝えること。
- ・解答用紙の裏面を使用しても良いが、その場合は裏面にも解答が記入されていることを、表面の下部に 裏面に続く と注意書きすることで示せ。裏面には受験番号・氏名の記入は不要である。
- ・質問がある場合は静かに挙手して試験監督者に伝えること。

I. 図のように質量 M 、半径 R の地球の周りを、半径 r の円軌道で周回する人工天体 A がある。この軌道面内で、地表から水平方向に質量 m の人工天体 B を打ち上げ、その軌道が半径 r の円周に接するようにしたい。重力定数を G として、次の問に答えよ。なお、地球の自転による影響は無視してよい。必要があれば、ケプラーの第3法則「惑星が太陽の周りを回る周期の2乗は、楕円軌道の長半径の3乗に比例する」を利用してよい。

1. 地表における重力加速度 g を G 、 M および R で表せ。
2. 人工天体 B について、近地点と遠地点に関するエネルギー保存則と角運動量保存則を用いて打ち上げ時の初速度 v_0 を求めよ。
3. 人工天体 A の速度を v 、人工天体 B の遠地点における速度を v_1 とするとき、 v_1/v を求めよ。
4. 人工天体 B の最初の遠地点通過時に、人工天体 A 、 B を遭遇させたい。人工天体 B の打ち上げ時における、地球中心から見た人工天体 A と打ち上げ地点のなす角 ϕ の大きさを求めよ。



II. 半径 a の円形の導体板 2 枚を距離 d だけ離して平行に置くことによりコンデンサをつくり、電荷 Q を蓄えた。導体板の間は真空であり、 a は d にくらべて十分に大きい。真空の誘電率を ϵ_0 、透磁率を μ_0 として以下の間に答えよ。

1. 導体板の間の電場 \vec{E} 、コンデンサの電気容量 C 、および電場のエネルギー U を求めよ。
2. $t = 0$ にこのコンデンサを導線によって抵抗 R の両端とつないで閉回路をつくり電荷を放電させた。抵抗をながれる電流 I を時間の関数として求めよ。
3. この過程において抵抗で発生するジュール熱の総量 J を求めよ。
4. コンデンサの表面でのポインティングベクトル $\vec{S} (= \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B})$ を時間の関数として求めよ。
5. この放電過程でコンデンサから流れ出す電磁場のエネルギーの総量を \vec{S} から求め、 J と比較せよ。

III. 質量 m の粒子が $-\alpha\delta(x)$ の一次元ポテンシャルに束縛される場合の結合エネルギー E を求めたい。

1. まず

$$\begin{aligned} V(x) &= -V_0 \quad (|x| < a) \\ V(x) &= 0 \quad (|x| > a) \end{aligned}$$

の井戸型ポテンシャルを考える。固有エネルギーを $-E$ として粒子の運動を記述するシュレーディンガー方程式を書け。

2. 境界条件から E が満たすべき式を波動関数 $\psi(x)$ が偶関数あるいは奇関数のそれぞれの場合について求めよ。
3. $2aV_0 = \alpha$ を満たしながら $V_0 \rightarrow \infty, a \rightarrow 0$ の極限をとることにより、 $-\alpha\delta(x)$ に対する結合エネルギー E を求めよ。

IV. 絶対温度 T の熱浴に接触して熱平衡状態にある 1 個の粒子からなる系を考える。この系の取り得るエネルギーを E_n ($n = 0, 1, 2, \dots, \infty$) とし、エネルギーレベルは等間隔 ($E_{n+1} - E_n = \epsilon > 0, E_0 = 0$) であるとする。なお、ボルツマン定数は k_B とし、 E_n は温度により変化しないものとする。

1. 温度 T において、この系が特定のエネルギー E_m の状態である確率を求めよ。
2. 温度 T における、エネルギーの熱的平均 $\langle E \rangle$ と比熱 C を求めよ。
3. $\epsilon \ll k_B T$ と $\epsilon \gg k_B T$ における比熱 C の漸近的な振る舞いを求めよ。また、 C の温度依存性の概略を図示せよ。
4. エネルギーの熱的揺らぎの 2 乗平均 $\langle (E - \langle E \rangle)^2 \rangle$ を求め、2. で得た比熱 C との関係を示せ。