

受験番号			
------	--	--	--

氏名 \_\_\_\_\_

2007年2月実施

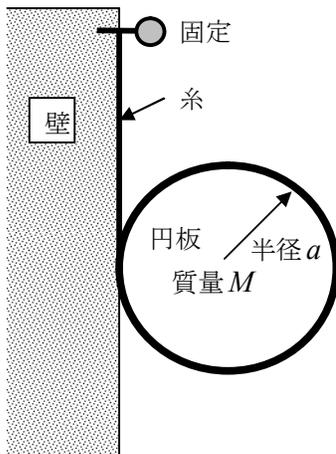
2007年度

立教大学大学院 理学研究科 物理学専攻 博士課程前期課程 入学試験問題 (物理学)

以下の注意事項をよく読み、遵守せよ。

- 配られた問題用紙には受験番号と氏名を記入し、全ての解答用紙に受験番号を記入せよ。
- 物理学の試験は四問の大問からなり、全ての問題に解答しなければならない。また、大問一問につき、解答用紙一枚を用い、解答用紙の左上に大問の番号を記入せよ。
- 解答用紙が大問の数だけ配られている事を確認せよ。そうでない場合は挙手して試験監督者に伝えること。
- 解答用紙の裏面を使用してもよいが、その場合には裏面にも解答が記入されていることを、表面の下部に「裏に続く」と注意書きすること。裏面には受験番号・氏名の記入は不要である。
- 質問がある場合には静かに挙手して試験監督者に伝えること。

I. 質量  $M$ 、半径  $a$  の一様な円板のまわりに充分長い糸を巻きつけ、図のように、糸の端を垂直な壁に固定した。この状態で、円板を壁にそって転がるように自由に落下させた。円板の鉛直下向きへの加速度はいくらになるか求めよ。糸の質量は無視できるくらい小さく、重力加速度は  $g$  とする。



1. 円板の中心軸回りの慣性モーメント  $I$  を  $M$  と  $a$  で求めよ。
2. 糸の張力を  $S$  として、鉛直軸方向 ( $z$  方向とする) の運動方程式と、円板の回転に関する運動方程式を書け。なお、円板の初期位置からの回転角を  $\phi$  とする。
3. ラグランジュ関数を書いて、ラグランジュの運動方程式を導け。
4. 円板の下向きの加速度を求めよ。

II. 角振動数  $\omega$ 、質量  $m$  の 1 次元調和振動子を非相対論的量子力学で取り扱う。以下の問に答えよ。

1. この系のハミルトニアン  $\hat{H}$  を位置演算子  $\hat{x}$  と運動量演算子  $\hat{p}$  の関数として表せ。
2. 位置演算子  $\hat{x}$  と運動量演算子  $\hat{p}$  を演算子  $\hat{a}$  と  $\hat{a}^+$  を用いて

$$\hat{x} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} (\hat{a} + \hat{a}^+), \quad \hat{p} = -i\sqrt{\frac{\hbar m\omega}{2}} (\hat{a} - \hat{a}^+)$$

と定義する。

交換関係  $[\hat{a}, \hat{a}^+]$  を求めよ。また、1. のハミルトニアンを  $\hat{a}$  と  $\hat{a}^+$  を用いて表せ。

3. 基底状態の規格化された波動関数を求めよ。

ここで、必要であれば積分公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \quad (\alpha > 0)$$

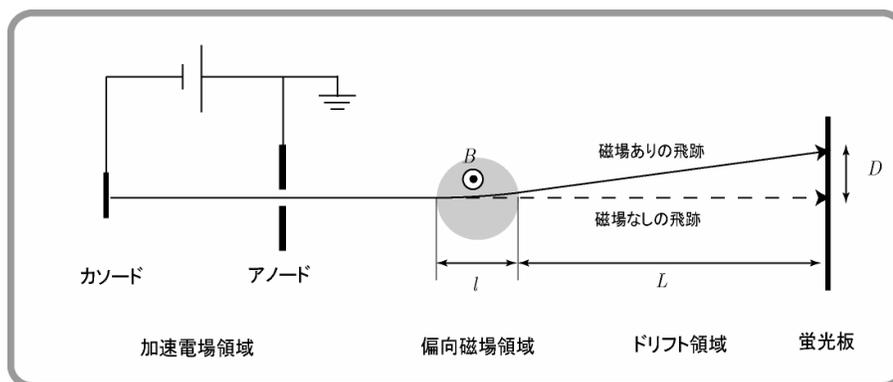
を用いてもよい。

III. 質量  $m$ 、スピン 1/2 の  $N$  個のフェルミ粒子で構成された理想フェルミ気体が一辺  $L$ 、体積  $L^3 = V$  の箱の中に閉じ込められている。フェルミ粒子の波動関数は箱の内壁で周期的境界条件を満たすものとする。

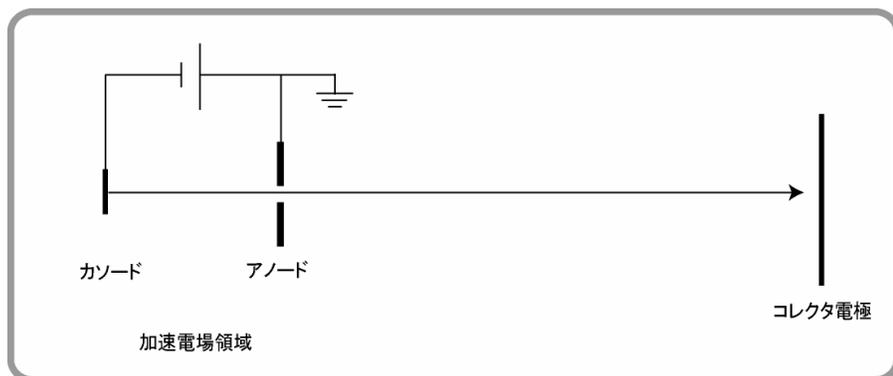
1. 絶対零度において、フェルミ面上にある粒子の波数  $k_F$  と粒子密度  $\rho = N/V$  との関係を求めよ。
2. エネルギー  $E \sim E + dE$  の範囲内で 1 粒子が取り得る状態数を  $n(E)dE$  とするとき、状態密度  $n(E)$  をエネルギー  $E$  の関数として表せ。

IV. 下図の様な陰極線管を用いて電子の質量を求める実験を考える。以下で、偏向磁場領域は長さ  $l$  で磁束密度  $B$ 、ドリフト領域の長さを  $L$ 、素電荷を  $e$ 、電子の質量を  $m$  とし、電子の速度  $v$  は光速に比べて十分小さいものとしてよい。

1. まず、カソードを加熱して陰極線を発生させ、図の蛍光板上での磁場による変位  $D$  を計測した。偏向磁場は一様で、電子の速度  $v$  は既知として  $D$  を式で表せ。磁場による偏向はわずかで、 $D \ll L$ 、及び  $l \ll L$  と近似してよい。



2. 次に、同じ装置で下図の様に偏向磁場をゼロにし、蛍光板の位置にコレクタ電極を設置してその上に陰極線を照射した。コレクタ電極は絶縁されており、また、断熱されているため、コレクタ上には電荷と熱が蓄積される。ある時間  $t$  の間、陰極線を照射した。コレクタ電極に蓄積された熱量  $H$  と電荷  $Q$  の比  $H / Q$  を、電子の速度  $v$  は既知として式で表せ。



次ページに続く

3. 1. の実験では、 $l = 5.0\text{cm}$ 、 $L = 1.1\text{m}$ 、 $B = 3.6 \times 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{Am}}$  で、実験で計測された結

果は  $D = 7.0\text{cm}$  であった。

2. の実験では陰極線を約 100 秒間照射した。照射前後で、コレクタ電極の温度を 5 秒おきに計測したところ、結果は下図の様であった。コレクタ電極は質量  $3.6\text{g}$  の銅の板で、室温近辺において銅の比熱は一定値  $= 0.38 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$  であり、電極全体が一様温度であると考えて

よい。また、照射後にコレクタ電極に蓄積された電荷  $Q$  を計測した結果、 $Q = -2.1 \times 10^{-4}\text{C}$  であった。

これらの結果から、電子の速度  $v$  によらない形で電子質量と素電荷の比を求めることが出来る。素電荷  $e = 1.6 \times 10^{-19}\text{C}$  は別の実験で測定された既知の値として、電子の質量を  $kg$  及び  $eV / c^2$  単位で求めよ。

